

**Бојан Д. Лазих\***

Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет, Сомбор

**Марина Б. Милошевић\***

Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет, Сомбор

**Кристина Р. Сабо\***

Основна школа „Тврђава”, Нови Сад

## **ЗАДАЦИ ОТВОРЕНОГ ТИПА У ФУНКЦИЈИ ПОДСТИЦАЊА ЛОГИЧКОГ МИШЉЕЊА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ**

**Апстракт:** Логичко мишљење је важан процес расуђивања и основна вештина у изградњи знања и искуства ученика која треба да прати процес учења и развија ученичке потенцијале на свим нивоима образовања. Програм наставе и учења математике за основну школу у Србији садржи велики број тема које подржавају циљ учења математике, али постоји простор и за побољшањем.

Рад се бави сагледавањем могућности пропедевтике логике и подстицања логичког мишљења, применом задатака отвореног типа у почетној настави математике. Респективно програмским садржајима разредне наставе математике, приказани су примери задатака отвореног типа, као подршка и аналогон учитељима у креирању наставне праксе, у циљу поспешивања развоја логичког мишљења ученика, као битне компоненте исхода учења математике.

**Кључне речи:** логичко мишљање, разредна настава математике, задаци отвореног типа.

### **Увод**

Значај математике у савременом друштву, као и њена улога у подизању укупног образовног потенцијала ученика, подразумева стално трагање и примену најефикаснијих начина реализације наставне праксе. Наставу математике карактерише све усмереније развијање способности мишљења у савладавању

---

\* lazicbsaa@yahoo.com

\* marinam995@gmail.com

\* pef.sabo@gmail.com

одговарајућих садржаја. При томе, потребно је да ученици овладају одређеним знањима и да у што већој мери буду оспособљени да их сагледају, адекватно вреднују и логички примене. Дакле, савремена школа треба да развија логичко мишљење пружајући ученицима довољне количине различитих ситуација у настави (Melusova & Vidermanova, 2015). Да би се успешно развијало логичко-комбинаторно мишљење, учитељи у целокупан процес усвајања знања морају експлицитно да уграде способности и вештине логичког мишљења (Maričić, Špijunović, Lazić, 2016).

На важност ове категорије мишљења, као и потребу стимулса његовог развоја кроз целокупно школовање, упућују и међународни програми ученичких постигнућа из математике у оквиру ТИМСС и ПИСА истраживања. Битне разлике између Србије и земаља које су постигле боље резултате су управо везане за тематски садржај наставе математике у млађим разредима основне школе, првенствено за функционално знање које укључује брзину мишљења и закључивања (Милинковић и Лазих, 2018).

Рано увођење идеје и елемената логике у почетну наставу математике има оправдање, пре свега, јер логичко мишљење представља значајну компоненту остваривања исхода учења математике. Стога није потребно чекати на формално учење логике као посебне теме у средњој школи, већ ученицима треба што раније понудити задатке из занимљивих, познатих ситуација у сврху развоја капацитета логичког мишљења (Zarata-Cardona, 2018).

Циљ овог рада је да се, респективно програмским садржајима у разредној настави математике, сагледају могућности подстицања логичког мишљења, применом задатака отвореног типа у наставној пракси.

## Теоријске основе рада

Логичко мишљење као категорија математичког мишљења представља сложену интелектуалну активност у којој до изражаја долази способност разумевања апстрактних појмова и доследног расуђивања и као такво доприноси постизању бољих исхода учења не само у настави математике већ и у другим областима. Може се дефинисати као закључивање коришћењем систематичног расуђивања, узрочно-последичног мишљења и генерализација, процена, доказивања, анализе и синтезе одређених активности (Incikabi, Tuna, Cagri Viber, 2013). Шире гледано, подстицањем логичког мишљења стимулишу се мисаоне активности ученика које укључују логичке операције, мисаоне поступке и способности закључивања (Шпијуновић и Маричић 2016). Притом, важно је истаћи да се при решавању математичких задатака способности логичког мишљења међусобно преплићу и допуњују (Јовановић и Вуловић, 2021).

Имајући у виду неопходност вештина логичког мишљења и закључивања у свакодневном животу, циљеви савремене школе морају бити усмерени на процес стицања знања применом метода и техника самосталног учења и решавања реалистичних проблемских задатака. У ери интензивног друштвеног развоја, потребно је код ученика развијати логичко мишљење и функционално знање, као суштинске елементе неодвојиве од учења математике, применом математике у различитим контекстима (Hidayati, Sa'dijah & Qohar, 2019). Прегледом литературе, евидентно је да се логичко-комбинаторно мишљење и закључивање налази у фокусу циљева наставе математике на свим нивоима образовања, те да је предмет истраживања широке научно-образовне заједнице (Anić i Pavlović Babić, 2015; Kadum, 2005; Mandak i Pavličić, 2016; Maričić, Šrijunović, Lazić, 2016). Бројна теоријска и емпиријска истраживања у свету истичу значајну улогу логичко-комбинаторног мишљења у почетном образовању (Aini, Juniati, Siswono, 2020; Major & Major, 2015; Melusova & Vidermanova, 2015; Nunes & Csapó, 2011; Rakic, Lazić, Maric, 2021; Zapata-Cardona, 2018).

Елементи логике су препознати као изузетно значајни садржаји за развој математичког мишљења и мултипликативног резоновања и налазе се у програмима основног образовања више европских земаља (Словачка, Мађарска, Немачка, Словенија). Осим логике, у почетној настави математике изучавају се и комбинаторика, вероватноћа и статистика. Садржаји на овом нивоу приказани су конкретно и очигледно, међутим, преко игре, симулације и истраживања случаја ови појмови се могу апстраховати. Са друге стране, евидентна је недовољна заступљеност ових садржаја, посебно у првом циклусу основног математичког образовања у Србији. Познато је да се логика као предмет изучава тек у средњошколском образовању јер се сматра превише сложенем за основношколски узраст.

Међутим, према нашим сазнањима, приметна је потенцијална спремност ученика млађих разреда да се баве овим садржајима (Nunes & Csapó, 2011; Rakic, Lazić, Maric, 2021; Zapata-Cardona, 2018). У циљу оптималног стимулисања и развоја капацитета математичког мишљења, сматрамо да постоје потребе и могућности за пропедевтичко увођење логике већ у разредној настави.

Заснивање математичког мишљења на логичким основама је кључно за процес развијања и формирања појмова код деце, а тиме и за развој логичког размишљања и расуђивања, као значајних способности непоходних за боља ученичка постигнућа (Маричић и др., 2017; Милинковић и Лазих, 2018). С тим у вези брига за рани развој логичког мишљења почиње од стимулације математичког образовања са добро структурираним вежбама и задацима који укључују елементе логике (Nunes & Csapó, 2011). При том, задаци морају бити занимљиви и такви да се разликују од оних који се свакодневно решавају током часова математике (Major & Major, 2015). На тај начин ученик постаје

мотивисанији и активнији у процесу учења, што имплицира његову већу мисаону, стваралачку и истраживачку ангажованост (Kadum, 2005). Имајући у виду да при решавању математичких проблема ученици покрећу различите мисаоне активности/операције, важно је остварити такав наставни модел у коме се кроз задатке оптимално стимулише рано логичко мишљење и закључивање.

Да би се разумео развој логичког мишљења у математици потребно је обратити пажњу на појам математичког мишљења као логичке категорије. Неопходно је да настава математике буде оријентисана у правцу развоја математичких знања, вештина и способности код ученика, а самим тим и развоја математичког мишљења (Maričić, Šrićunović, Lazić, 2016). С тим у вези, потребно је да почетна настава буде повезана са ситуацијама из живота (Incikabi, Tuna, Cagri Viber, 2013), и да на тај начин ученици стварају систем међусобно повезаних операција мишљења и целину која укључује логику као кључну способност за мисаоне активности.

Иако постоје одређена истраживања овог проблема у Србији (Gordić, Milošević & Sabo, 2019; Крекић 2007; Милинковић 2007; Krekić-Pinter et al., 2016), примећујемо да истраживачка теорија и пракса наставе засноване на раном стимулисању логичко-комбинаторног мишљења у почетном математичком образовању није у довољној мери истражена ни заступљена. Заједнички закључак наведених студија јесте да је потребно размотрити проширивање програмских садржаја посебно дефинисаним, систематским предавањима који укључују пропедевтику логике, а који могу утицати на одговарајуће образовне исходе у настави математике. У новијој студији, Ракић и сарадници (Rakić, Lazić, Marić, 2021) указали су на то да одређени програмски садржаји почетне наставе математике омогућују стимулисање логичко-комбинаторног мишљења ученика примењивањем различитих типова диференцираних задатака. Овакви резултати пружају неопходну основу за даље тумачење и испитивање овог актуелног истраживачког проблема.

Увидом у одобрене уџбеничке комплете за математику у разредној настави (*Нови Логос, Klett, Eduka, ЗУНС, БИГЗ, Креативни центар*) приметно је да садржај уџбеника углавном чине задаци који треба да активирају одређена знања и способности ученика (Marićić, Lazić, Petojević, 2016). Иако су највећим делом прилагођени узрасту и актуелним темама које подстичу ученике, сам садржај скоро да не укључује логичке задатке. Анализом *Програма наставе и учења* основношколске математике, евидентна је недовољна заступљеност ових садржаја, посебно у првом циклусу основног математичког образовања у Србији. Поставља се питање зашто су елементи логике, иако значајни за развој математичког мишљења, минимизирани у *Програму наставе и учења математике* за разредну наставу.

Имајући у виду неспоран значај математичког мишљења у укупном образовном потенцијалу, као и широке могућности његовог развоја, мишљења смо да је неопходно адекватно подстицати првенствено логичке способности

ученика у првом циклусу основног математичког образовања, кроз конкретне примере задатака. Сагледавајући могућности раног стимулисања логичког мишљења у почетној настави математике посебно желимо да се осврнемо на специфичности решавања задатака отвореног типа, којима је оправдано претпостављамо, могуће утицати на поспешивање развоја логичког мишљења ученика у наставној пракси.

### Задаци отвореног типа

Основни *алат* у настави математике представљају управо задаци и начин њиховог обликовања (Hiebert & Wearne 1993), јер директно утичу на ниво активности и мисаоног ангажовања ученика у наставном процесу (Clarke & Roche, 2017). С тим у вези, логички задаци су сви они задаци у којима је решење добијено путем уверљивог логичког расуђивања. При томе, одређени задаци нуде могућност вишеструких решења, али срећемо и задатке са једним решењем али са више различитих приступа том решењу. Овакви задаци називају се задаци отвореног типа (енг. *open-ended tasks*).

Дефиниција задатака отвореног типа није јединствена и варира у зависности од истраживача. За неке истраживаче (Becker 1997, Nohda 2000, према: Kwon, Park, Park 2006), задатак отвореног типа представља одређени проблем који је отворен за низ различитих решења. При њиховом дефинисању Пехконен и Фунг (Pehkonen 1997a; Foong 2002), полазе од дефинисања проблема затвореног типа за који истичу да је „добро структуриран” уколико су захтеви јасно формулисани и задати. Супротно њима, ако су почетна и циљна ситуација отворени, онда се ради о проблему отвореног типа који пружа могућност дивергентног мишљења.

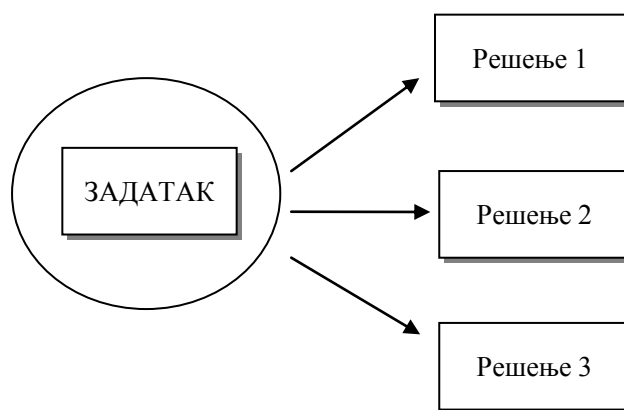
Ту лежи лепота и специфичност која одликује логичке задатке. Нагласак је на процесу решавања проблема и дискусији, а не толико на самом резултату. Ученици имају могућност да самостално одаберу методу, али и да објасне како ће приступити решавању задатка, зашто су одабрали и када ће применити одређени приступ. Представљање сваког корака у поступку решавања задатка, као и објашњење зашто су добили одређено решење, за ученике представља одређену врсту изазова (Sullivan, 2011).

Решавање проблема отвореног типа као наставна стратегија подстиче интересовање код ученика и стимулише креативне математичке активности путем индивидуалног или групног рада. Ученици активније учествују у настави и чешће изражавају своје идеје. Такође, имају више прилика за широку употребу и повезивање свог математичког знања, вештина и способности (Сiernikова, 2020). Сваки ученик на проблем може одговорити на сопствени начин, самосталним избором методе, чиме стичу осећај задовољства при *откривању* решења и искуство самосталног закључивања.

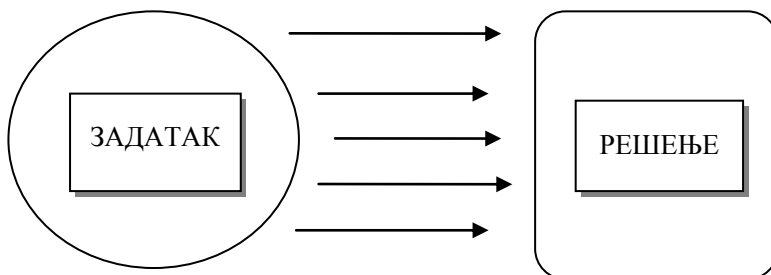
Оно што проблеме отвореног типа чини одличним средством у настави и учењу јесте њихова отворена природа која нуди својеврстан изазов за миса-оно ангажовање ученика. Сматра се да ефективна употреба проблема отвореног типа подстиче дивергентно мишљење и поспешује мишљење вишег реда, чиме ствара основу за дубљу анализу и промишљање (Dyer & Moynihan, 2000, према: Chan, 2007). Решавањем математичких проблема отвореног типа ученик се суочава са тешкоћама односно изналажењем начина за њихово превазилажење, и не ослања се само на процедурално знање да би дошао до решења (Михајловић и Егерић, 2012). На овај начин обезбеђено је боље и дубље разумевање математичких садржаја, а тиме и прилика да ученици одговоре на различитим нивоима креативности (Clarke, 2011). Ефикасније се моделира математичка активност и пружа ученицима могућност конструисања одговора који одражавају индивидуалан начин математичког разумевања, а тиме и увид у учење, примењене вештине и напредовање ученика. Стимулишу оригиналност и креативност и захтевају сложене одговоре на сразмерном нивоу са сложеношћу математичког размишљања које желимо да поспешимо и пратимо. Такође, решавају и проблем мотивисаности, подстицајнији су и занимљивији од конвенционалних затворених задатака (Clarke, 2011).

По Такахашију (Takahashi, 2001, према: Yan & Fong, 2005), постоје две врсте проблема отвореног типа, са једним решењем али са више разноврсних приступа решавању проблема, и задаци са више тачних решења, односно одговора:

1. Задаци који имају више решења:



## 2. Задаци који имају једно решење, али више приступа решавања.



Без обзира о којој врсти задатака отвореног типа се ради, циљеви су исти и односе се на подстицање логичког мишљења, математичких способности, креативности, мотивације и интелектуалног задовољства, а тиме и популаризације математике.

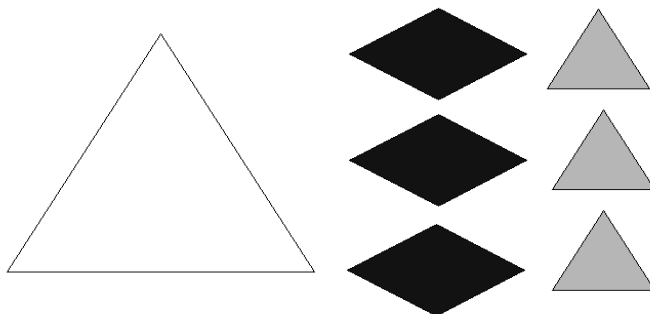
Дакле, проблеми отвореног типа сматрају се веома ефективним у неговању и развијању логичког мишљења и математичке креативности. Међутим, без обзира на предности задатака овог типа, постоје извесна ограничења у њиховој примени које је потребно превазићи у пракси. Није лако припремити и пронаћи одговарајуће математичке садржаје на основу којих се могу креирати, осмислити и предочити различите категорије ових проблема (Михајловић и Егерић, 2012). Врло често се у уџбеницима математике за разредну наставу могу уочити проблеми затвореног типа који не остављају много простора за креативно мишљење (Maricic, Lazic, Petojevic, 2016; Михајловић и Егерић, 2012; Siernikova, 2020), а што оправдано претпостављамо, за импликацију има и недовољну заступљеност отворних проблема у наставној пракси. С тим у вези, указаћемо на неке од могућности креирања проблема отвореног типа, приказом одређених примера задатака који могу послужити као аналогон учитељима у почетној настави математике.

### Примери задатака отвореног типа

Респективно програмским садржајима математике у разредној настави наводимо одређене примере задатака отвореног типа које је могуће применити у оквиру редовне наставе/реализације садржаја, у циљу поспешивања логичког размишљања, расуђивања и закључивања ученика млађих разреда основне школе.

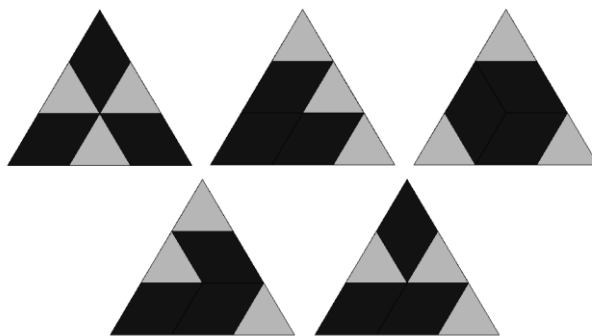
### ЗАДАЦИ ЗА ПРВИ РАЗРЕД ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

1. Користећи све црне и сиве облике прекријте дати једнакостранични троугао.



При решавању овог проблема ученике можемо распоредити у групе и задати им да проналазе што више могућих решења. Након тога следи упоређивање добијених решења.

Могућа решења су:

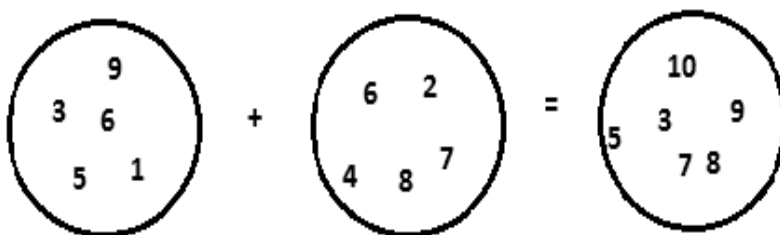


*Циљ задатка* је да ученици сами открију везу између узорака који су различито оријентисани. Овај задатак омогућава да ученици пређу на виши ниво резоновања геометрије, где уочавају карактеристике облика без обзира на његову оријентацију и положај. Варирање положаја геометријских облика



захтева повећану мисаону активност ученика, односно примену мисаоних операција анализе, синтезе, упоређивања и идентификације, као и способности уочавања узрочно-последичних веза и способности закључивања.

2. *Пронађите бар три тачна решења и испишите их.*



Могућа решења су:  $3 + 6 = 9$ ;  $5 + 2 = 7$ ;  $6 + 4 = 10$ .

*Циљ задатка* је да ученици анализом услова задатка и истраживањем веза неопходних за извођење закључка пронађу могућа решења, при том, активно користећи мисаоне операције: анализу, синтезу, упоређивање, идентификацију и диференцијацију.

3. *Отвори најближу књигу на било коју страну. Прочитај првих 5 речи. Збир свих слова прикажи на два начина.*

Могућа решења су:

I:  $2 + 10 + 10 + 6 = 28$

II:  $6 + 6 + 5 + 5 + 6 = 28$

*Циљ задатка* је да ученици, користећи логику, буду активни учесници у осмишљавању другог дела задатка. На основу раније стечених знања из области аритметике, сваки ученик ће приказати своје решење применом способности апстраховања појмова и расуђивања.

#### ЗАДАЦИ ЗА ДРУГИ РАЗРЕД ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

1. *Погледај следећи низ: 1, 8, 15, 22, 29, ... Да ли је број 102 члан тог низа? Зашто јесте/ није?*

Могућа решења су:

Ученици до решења могу доћи добројавањем, низањем бројева где је сваки за 7 већи од претходног.

Један од начина решавања овог задатка може бити и примена рачунске операције множење и рачунске операције сабирање. Активним промишљањем и расуђивањем ученици изводе закључак, односно уочавају правило формирања низа (додавање броја који је за 7 већи од претходног). Након тога ученици могу применити до сада стечено знање таблице множења и таблице дељења:

$$1 + 7 \cdot 10 = 1 + 70 = 71$$

$$102 - 71 = 31$$

$$31 : 7 = \dots$$

На основу чега ученици такође могу да дођу до истог закључка да тражени број није део започетог низа.

*Циљ задатка* је да ученици применом мисаоних операција и уочавања узрочно последичних веза раније стечених знања из области аритметике, спознају себи најлакши начин за решавање задатка, односно да активним промишљањем и расуђивањем открију и примене правило настављања започетог низа до задатог броја.

*2. Породица има троје деце. Они су желели да поделе 32 слаткиша, али тако да две сестре близнакиње добију једнак број бомбона, а да најмлађи брат добије оно што преостане. Колико је слаткиша могла да добије свака сестра, а колико брат?*

Могућа решења су:

$$I: 11 + 11 + 10 = 32$$

$$II: 10 + 10 + 12 = 32$$

*Циљ задатка* је да ученици применом способности апстраховања и уочавања узрочно последичних веза повежу услов задатка са реалном ситуацијом ослањајући се на мисаоне операције: анализу, синтезу, компарацију, идентификацију и диференцијацију.

*3. Ако је решење задатка 50, како може изгледати поставка задатка?*

Могућа решења су:

$$I: 10 \cdot 5 = 50$$

$$\text{II: } 25 + 25 = 50$$

$$\text{III: } 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$$

*Циљ задатка* је да ученици активним промишљањем, применом мисаоних операција анализе, синтезе, идентификације, компарације и диференцијације, закључе да се задатак може решити на више начина.

### ЗАДАЦИ ЗА ТРЕЋИ РАЗРЕД ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

1. *Без употребе типке са бројем 5 на дигитрону, израчунајте производ бројева 18 и 25.*

Могућа решења су:

$$18 + 18 + 18 + \dots + 18 = 450$$

$$18 \cdot 24 + 18 = 450$$

$$18 \cdot 26 - 18 = 450$$

$$18 \cdot 19 + 18 \cdot 6 = 450$$

$$18 \cdot 100 : 4 = 450$$

*Циљ задатка* је да ученици активним коришћењем мисаоних операција схвате да осим симбола за множење ( $\cdot$ ), могу користити и типке за друге рачунске операције, укључујући и  $+$ ,  $-$ ,  $:$ ,  $:$ , а да добију исти резултат.

2. *Пума има масу 35kg. Домаће мачке између 3kg и 5kg. Колико домаћих мачака је потребно да би заједно имале исту масу као пума?*

Могућа решења су:

$$\text{I: } 3 \cdot 10 + 5 = 30 + 5 = 35$$

Може бити 10 мачака чија је маса 3kg и једна мачка чија је маса 5kg.

$$\text{II: } 6 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 5 = 24 + 6 + 5 = 35$$

Може бити 6 мачака чија је маса 4kg, 2 мачке чија је маса 3kg и једна мачка чија је маса 5kg.

*Циљ задатка* је да ученици апстраховањем реалне ситуације примене раније стечено знање и дођу до закључка како да на себи најлакши начин реше задатак.

3. Јана треба да засади 100 садница наприке у више редова. Наведи бар два начина како би Јана могла да распореди саднице тако да у сваком реду буде једнак број садница.

Могућа решења су:

$$I: 25 \cdot 4 = 100$$

Јана саднице може распоредити у 4 реда по 25 садница.

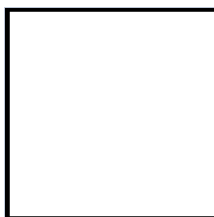
$$II: 10 \cdot 10 = 100$$

Јана саднице може распоредити у 10 редова, у сваком по 10 садница.

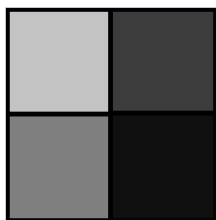
*Циљ задатка* је да ученици, применом мисаоних операција (анализа, синтеза, упоређивање) уоче узрочно последичну везу „ако-онда“, те ослањајући се на претходно стечена знања из области аритметике пронађу један од могућих начина решавања задатка. Решавање задатка може бити вођено илустрацијом баште (облика правоугаоника и квадрата) са распоређеним садницама.

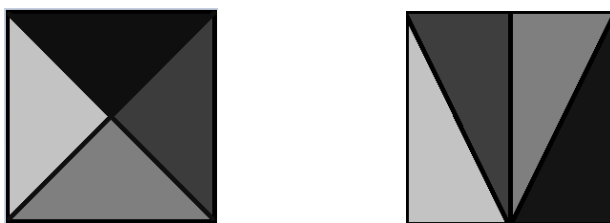
### ЗАДАЦИ ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

1. Површину воћњака квадратног облика треба поделити тако да се на једнаким површинама могу засадити малине, купине, боровнице и јагоде. Означите одговарајуће делове воћњака различитим бојама.



Могућа решења су:





*Циљ задатка* је да ученици применом способности апстраховања геометријских облика и активним промишљањем визуализују начин расуђивања у вези са решењем задатка и његовим представљањем на више начина.

2. *Маја мисли да је четвороцифрени број срећан ако је збир његове прве две цифре једнак производу последње две. Напиши што више срећних бројева.*

Могућа решења су:

1 671; 23 751; 428 423;

*Циљ задатка* је да ученици поштујући услов задатка осмисле што већи број примера. Током решавања задатка, ученици уочавају узрочно последичну везу, осмишљавају, закључују и упоређују добијене резултате.

3. *Осмисли текст задатка који би одговарао наведеном изразу:*

$$27 \cdot 6x < 16\,200$$

Могућа решења су:

I: За једно одељење са 27 ученика припремљено је 27 новогодишњих пакетића. У сваком пакетићу је било 6 истих чоколадица. Колико може да кошта једна чоколадица уколико је за све пакетиће плаћено мање од 16 200 динара?

II: У једну спортску продавницу стигло је 27 пакета истих чарапа. У сваком пакету се налази по 6 пари чарапа. Колико може да кошта један пар чарапа, ако укупно није плаћено више од 16 200 динара?

*Циљ задатка* је да на основу задатог израза ученици, ослањајући се на свакодневне ситуације, друге предмете и дисциплине, активним промишљањем и применом функционалног знања и логичког размишљања, осмисле одговарајуће текстове задатака.

Увидом у описану структуру (суженог броја) примера, евидентне су предности задатака отвореног типа: подстичу логичко размишљање и расуђивање, математичке способности, креативност, интересовање за математику и изазивају интелектуално задовољство (Сiernikova, 2020). Задаци овог типа могу се користити на вођеним часовима математике где учитељ може да подржи и подстиче ученике док раде на задатку или док деле своје идеје са осталим ученицима. Такође, могуће их је користити и на допунској или додатној настави математике, у индивидуалном или групном раду и приликом оцењивања (Сабо, 2020). Притом, критеријуми за процену задатка су неопходни, а они се огледају у сложености, тачности и уредности. Сложеност задатка је остварена уколико он одговара нивоу ученика, док се под тачношћу подразумева да су сви математички појмови, рачунања и информације тачни. Уколико је задатак уредно написан и лако разумљив сматра се да је испуњен и критеријум уредности. Осим тога, обзиром да не постоји само један прави одговор, као и начин решавања, могуће је постављати *Open-ended* задатке и на различитим нивоима.

## Закључак

Логичко мишљење је важан процес расуђивања и основна вештина у изградњи знања и искуства ученика која прати процес учења и развија ученичке потенцијале. Полазећи од чињенице да се налази у фокусу циљева наставе математике на свим нивоима образовања, оправдана је претпоставка да постоје дидактичко-методичке потребе и могућности оптималног стимулисања његовог развоја већ у почетној настави математике. Раним увођењем елемената логике у основношколску математику, могуће је утицати на развој менталних, логичко-комбинаторних способности и функционалних знања ученика, потребних за решавање разноврсних проблема у свакодневном животу. Сматрамо да ови садржаји представљају идеално *окружење* за подстицање смисленог решавања проблема и да стога требају бити више заступљени у наставном процесу. Како је основни садржај у почетној настави математике *задатак*, оправдано је становиште да се изучавање математике остварује највећим делом управо путем њиховог решавања (Маричић, 2011). Стога, пажљивим одабиром садржаја и решавањем логичких задатака, под одређеним условима, значајно се може повећати укупни образовни потенцијал ученика, који укључује и развој логичког мишљења.

Као подршка пуном мисаоном ангажману ученика и један од начина унапређења културе структурисања математичких задатака, јесу и тзв. задаци отвореног типа. Питање задатака отвореног типа је релевантно јер овај тип задатака представља користан *алат* за подстицање и развијање математичког мишљења и креативности у настави и учењу. Полазећи од претпоставке да се логичко мишљење може оптимално стимулисати већ у почетној настави математике, у раду смо се посебно бавили сагледавањем могућности примене задатака отвореног типа у његовом подстицању. Овде смо првенствено имали у виду да овакви задаци, због своје отворене природе, „нуде својеврстан изазов за мисаоно ангажовање ученика” (Михајловић и Егерић, 2012: 24). Одговарајућим примерима задатака, прилагођеним програмским садржајима разредне наставе математике, конкретизована је могућност подстицања логичког мишљења као сложене мисаоне активности. У представљеним примерима подстичу се мисаоне операције и различити облици ученичког мишљења, у којима до изражаја долази њихова оштроумност, расуђивање, способност уочавања узрочно-последичних веза, откривања законитости и правила, дубље разумевање, критичко промишљање и закључивање. На описани начин ученици активније учествују у настави и образлагању идеја, са пуном слободом избора методе решавања проблема. Притом имају могућност да кроз дискусију о различитим начинима решавања и решењима развијају самопоуздање за широку употребу својих знања, вештина и способности. Осим наведеног, одговори ученика пружају повратну информацију о математичком мишљењу и њиховом приступу решавању проблема. На овај начин омогућено је ученицима да самостално конструишу математичке идеје развијајући тако, осим знања и вештина, првенствено своје мишљење и креативност.

Приказани примери задатака могу послужити као аналогон учитељима у подстицању логичког мишљења у настави математике, те завређују већу заступљеност и у основној уџбеничкој литератури. Креирањем и решавањем проблема отвореног типа већ у почетној настави математике, могуће је у значајнијој мери утицати на развој логичког мишљења ученика, а тиме допринети и успешном остваривању циљева и задатака и у даљем образовању.

## Литература

- Aini, N., Juniati, D. & Siswono, T. (2020). Exploring the combinatorial reasoning of high school students with reflective and impulsive cognitive style in solving problems. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(3), 1113–1124. DOI 10.17478/jegys.768023.
- Anić, I. & Pavlović Babić, D. (2015). How we can support success in solving mathematical problems?. *Teaching Innovations*, 28(3), 36–49.
- Gordić, S., Milošević, M. & Sabo, K. (2019). Solving combinatorial problems in lower grades of primary school. *Proceedings of the ATEE Winter Conference 'Science and mathematics education in the 21<sup>st</sup> century'*, 107–115.

- Dyer, M. & Moynihan, C. (2000). *Open-ended question in elementary mathematics: instruction & assessment*. Larchmont, New York: Eye on Education
- Zapata-Cardona, L. (2018). Supporting Young Children to Develop Combinatorial Reasoning. In Leavy A., Meletiou-Mavrotheris M. & Paparistodemou E. (eds.), *Statistics in Early Childhood and Primary Education* (257–272). Singapore: Springer. DOI 10.1007/978-981-13-1044-7\_15.
- Incikabi, L., Tuna, A. & Cagri Biber, A. (2013). An Analysis Of Mathematics Teacher Candidates Critical Thinking Dispositions And Their Logical Thinking Skills. *Journal of International Education Research*, 9(3), 257–266.
- Јовановић, Р. И. и Вуловић, Р. Н. (2021). Уочавање законитости и правила у почетној настави математике. *Узданица*, XVIII(1), 325–338.
- Kadum, V. (2005). Utjecaj učenja rješavanjem problemskih zadataka na obrazovni učinak u elementarnoj nastavi matematike. *Metodički ogledi*, 12(2), 31–60.
- Крекић, В. (2007). *Савремене методичке трансформације елемената комбинаторике у почетној настави математике* (докторска дисертација). Београд: Учитељски факултет.
- Krekić-Pinter, V., Ivanović, J., Namestovski, Ž. & Major, L. (2015). Strategy and Methods for Solving Combinatorial Problems in Initial Instruction of Mathematics. *International Journal of Modern Education Research*, 2(6), 77–87.
- Kwon O. N., Park J. S. & Park J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 1, 51–61.
- Major, J. & Major, M. (2015). Developing Combinatorial Thinking. *Acta Mathematica Nitriensia*, 1(2), 29–34.
- Mandak, A. & Pavličić, Z. (2016). Uloga problemskih zadataka iz oblasti kvadra i kocke na razvoj matematičkih sposobnosti učenika. *Zbornik radova Učiteljskog fakulteta*, 10, 85–99.
- Maričić, S., Špijunović, K. & Lazić, B. (2016). The Influence of Content on the Development of Students' Critical Thinking in the Initial Teaching of Mathematics. *Croatian Journal of Education*, 18(1), 11–40. DOI 10.15516/cje.v18i1.1325.
- Maričić, S., Špijunović, K., Cotič, M. & Felda, D. (2017). *Matematičko mišljenje u početnoj nastavi matematike*. Koper: Založba Univerze na Primorskem.
- Маричић, С. (2011). *Почетна настава математике и развијање критичког мишљења ученика* (докторска дисертација). Ужице: Учитељски факултет
- Maricic, S., Lasic, B. & Petojevic, A. (2016). Mathematics textbooks for enabling students to solve problems in elementary mathematics education. In D. Petrovic & M. Antolovic (eds.), *Education and the Social Challenges at the Beginning of the 21<sup>st</sup> Century* (136–151). Sombor: Faculty of Education.
- Melusova, J. & Vidermanova, K. (2015). Upper-secondary Students' Strategies for Solving Combinatorial Problems. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 197, 1703-1709. DOI 10.1016/j.sbspro.2015.07.223.



- Милинковић, Ј. и Лазих, Б. (2018). Постигнуће ученика на ТИМСС и ПИСА испитивању као смерница за измене у наставном програму математике. *Иновације у настави*, 31(3), 74–87.
- Милинковић, Ј. (2007). *Методички аспекти увода у вероватноћу и статистику*. Београд: Учитељски факултет.
- Михајловић, А. и Егерић, М. (2012). Креативност у настави математике. Неке стратегије креирања математичких проблема отвореног типа. У Н. Вуловић (ур.): *Методички аспекти наставе математике II* (23–31). Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу.
- Nunes, T. & Csapó, B. (2011). Developing and Assessing Mathematical Reasoning. In B. Csapó & M. Szendrei (eds.), *Framework for Diagnostic Assessment of Mathematics* (17–56). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.
- Pehkonen, E. (1997a). Introduction to the concept “open-ended” problem, *Use of openended problems in mathematics classroom*, Research report 176, Helsinki Univ., Dept. of Teacher Education, 8–11.
- Rakic, D., Lazic, B. & Maric, M. (2021). The influence of differentiated mathematical tasks on students logical-combinatorial thinking in elementary mathematics teaching. *Slavonic Pedagogical Studies Journal*, 10(1), 78–92. DOI 10.18355/pg.
- Сабо, К. (2020). *Логичко размисљање у разредној настави математике* (мастер рад). Сомбор: Педагошки факултет.
- Sullivan, P. (2011). Teaching Mathematics: Using Research-informed Strategies. *Australian Education Review*, 59.
- Foong, P. Y. (2002). Using short open-ended mathematics questions to promote thinking and understanding, In A. Rogerson (ed.), *Proceedings of the International Conference: The Humanistic Renaissance in Mathematics Education*, Retrieved February 2009, 135–140, <http://math.unipa.it/~grim/SiFoong.pdf>.
- Hidayati, Y., Sa’dijah, C. & Qohar, S. (2019). Combinatorial Thinking to Solve the Problems of Combinatorics in Selection Type. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 65–75. DOI org/10.26803/ijlter.18.2.5.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse and Students’ Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425.
- Clarke, D. & Roche, A. (2017). Using contextualized tasks to engage students in meaningful and worthwhile mathematics learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 51, 95–108. DOI 10.1016/j.jmathb.2017.11.006.
- Clarke, D. (2011). Open-Ended Tasks and Assessment: The Nettle or the Rose. In B. Kaur & K. Y. Wong (eds.): *Assessment in the mathematics classroom: 2011 Association of Mathematics Educators Yearbook* (237–256). Singapore: World Scientific Publishing.
- Ciernikova, D. (2020). Effects of the application of the open-ended tasks in mathematics teaching. *Norma*, 25(2), 187–197.

- Chan, C. M. E. (2007). Using open-ended mathematics problems: A classroom experience (Primary). In C. Shagar & R. B. A. Rahim (eds.): *Redesigning pedagogy: Voices of practitioners* (129–146). Singapore: Pearson Education South Asia.
- Yan, Z. & Fong, T. (2005). An analysis of Singapore secondary students' performance on one authentic open-ended mathematics task, *ICMI Regional Conference: The 3<sup>rd</sup> East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, paper printed in its entirety, 7–12 august 2005, Shanghai, Nanjing, and Hangzhou, China.
- Шпијуновић, К. и Маричић, С. (2016). *Методика почетне наставе математике*. Ужице: Учитељски факултет.

**Bojan D. Lazić**

University of Novi Sad, Faculty of Education, Sombor

**Marina B. Milošević**

University of Novi Sad, Faculty of Education, Sombor

**Kristina R. Sabo**

Primary school „Тврђава”, Novi Sad

**OPEN-ENDED TASKS AS A MEANS OF ENCOURAGING LOGICAL  
THINKING IN INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS**

**Summary**

Logical thinking represents an important process of reasoning and a basic skill in building students' knowledge and experience which should accompany the learning process and develop students' potential at all levels of education. The program of teaching and learning mathematics in primary education in Serbia contains a large number of topics that support the goal of learning mathematics, but there is also room for improvement.

The paper deals with the possibility of propaedeutics of logic and the encouragement of logical thinking, the application of open-ended tasks in the initial teaching of mathematics. Respectively to the program contents of the mathematics class, examples of open-ended tasks are presented, as support and analog to teachers in creating teaching practice, in order to promote the development of students' logical thinking, as an important component of mathematics learning outcomes.

**Keywords:** *logical thinking, mathematics classroom teaching, open-ended tasks.*