

НЕНАД Р. ВУЛОВИЋ*

Универзитет у Крагујевцу – Факултет педагошких наука, Јагодина



АЛЕКСАНДАР З. МИЛЕНКОВИЋ*

Универзитет у Крагујевцу – Природно-математички факултет



МИЛАН П. МИЛИКИЋ*

Универзитет у Крагујевцу – Факултет педагошких наука, Јагодина



РАЗЛИКЕ У ПОСТИГНУЋИМА УЧЕНИКА 7. И 8. РАЗРЕДА КОЈИ НАСТАВУ ПОХАЂАЈУ У ОСНОВНИМ ШКОЛАМА И ПРИ ГИМНАЗИЈАМА НА ДРЖАВНИМ ТАКМИЧЕЊИМА ИЗ МАТЕМАТИКЕ^{*1}

Апстракт: Деценијама уназад истраживачи математичког образовања баве се ученицима са посебним способностима за математику, математичким такмичењима и испитују утицај различитих организационих облика рада, попут груписања ученика и обогаћивања програма наставе и учења, на успех ученика на такмичењима. Имајући у виду недостатак сродних истраживања

* vlennad@gmail.com

* aca.milenkovic.aca@gmail.com

* milikic.milan@yahoo.com

* Истраживање је финансирано од стране Министарства науке, технолошког развоја и иновација Републике Србије, евиденциони бројеви 451-03-65/2024-03/200140 и 451-03-65/2024-03/200122.

¹ Рад настао у оквиру пројекта *Предиктори постигнућа ученика 7. и 8. разреда на математичким такмичењима – PREDIMAT 7–8.* финансираног од стране Центра за научноистраживачки рад САНУ и Универзитета у Крагујевцу.

у нашој земљи, као и традицију груписања ученика са посебним способностима за математику у специјализована (СМ) одељења, овим радом желели смо да испитамо да ли постоји тренд у повећању заступљености ученика СМ одељења на државним такмичењима, као и да утврдимо да ли постоје разлике у постигнућима ученика СМ и класичних одељења. Узорак истраживања чине сви ученици 7. и 8. разреда који су учествовали на државним такмичењима од 2007. до 2024. године. Резултати указују да постоји тренд повећања броја ученика СМ одељења на државним такмичењима, као и да постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика који похађају класична и специјализована одељења за математику у корист ученика који су груписани у хомогена (СМ) одељења. Штавише, у претходних 18 година, ученици СМ одељења су имали статистички значајно бољи успех чак 11 пута у 7. и 12 пута у 8. разреду. На основу добијених резултата може се закључити да груписање ученика надарених за математику у хомогена, специјализована одељења позитивно утиче на постигнућа ученика на државним такмичењима.

Кључне речи: *ученици са посебним способностима за математику, математичка такмичења, груписање ученика, постигнућа ученика.*

Увод

Образовање из математике, али и других природних наука представља срж одређеног броја образовних реформи, јер се очекује да оно преузме значајну улогу у развоју (будућих) радних вештина (Chiriacescu et al., 2023). Истовремено, ово образовање пружа и веће могућности за бројне послове и финансијски престижне каријере (Kiernan, Walsh, White, 2023). У ранијим истраживањима (Japashov et al., 2022) запажене су позитивне и јаке корелације између интересовања и постигнућа ученика из математике и природних наука (конкретно физике, хемије и биологије). Треба истаћи да се математика често сматра полазном основом за развијање значајнијег интересовања за области инжењерства, технике и технологије (Song et al., 2021). Стога је пружање могућности ученицима који показују интересовање, али и изузетна постигнућа из математике да детаљније и темељније изучавају математику, али и информатику, рачунарство и физику од великог значаја за друштво (Campbell & Walberg, 2010). Управо овакво образовање је предвиђено програмима наставе и учења за специјализована одељења ученика за математику (како у основној тако и у средњој школи) и као такво је садржајније у односу на наставу у класичним одељењима. Последично, специјализовано образовање ученика из математике у перспективи би требало да пружи ученицима озбиљну основу за академским истраживањима у области математике и природних наука са једне, али и ангажовање на позицијама које су изузетно финансијски исплативе, са друге стране.

Ученици са посебним способностима за математику

Свако дете обухваћено образовним системом поседује минимум способности потребних за праћење, савладавање и усвајање садржаја који су прописани програмом наставе одређеног школског предмета (Kurnik, 2001). Са друге стране, одређени број деце има способности које им омогућавају да брже и лакше уче и дубље разумеју садржаје од својих вршњака (Borovik & Gardiner, 2007; Uçar, Uçar, Çalışkan, 2017). Идентификација појединаца са таквим способностима и боље упознавање њиховог начина функционисања важни су због одређивања мера подршке којима би њихове способности даље требало развијати. Кендеров (Kenderov, 2006) наводи да су образовни системи већине земаља усмерени углавном на ученике са просечним математичким способностима, услед чега захтеви који се стављају и пред ученике са посебним способностима не представљају значајан изазов за њих. Као резултат таквог начина рада „математичке способности и таленат ученика са посебним способностима остају неоткривени и неразвијени” (Kenderov, 2006: 1588). Алтарас Димитријевић и Татић Јаневски (Altaras Dimitrijević i Tatić Janevski, 2016) истичу да би циљ наставе требало да буде да се ученицима са посебним способностима обезбеди одговарајући утицај фактора окружења, јер само посебно осмишљен математички програм може да обезбеди задатке и активности који треба да допринесу да њихове потенцијале развију до максимума.

Различити су начини рада, односно организациони облици подршке ученицима са посебним способностима за математику. У нашем образовном систему најзаступљенији су груписање, акцелерација и обогаћивање и продубљивање (*Stručno uputstvo za prepoznavanje, podršku i praćenje obrazovanja i vaspitanja učenika/ca sa izuzetnim/posebnim sposobnostima*, 2023). Груписање ученика са високим способностима у посебна одељења и школе појавило се у Сједињеним Државама и појединим земљама Европе још тридесетих година прошлог века, а његов главни циљ био је да задовољи специфичне образовне потребе ових ученика (Михајловић, 2023). Суштина груписања ученика са посебним способностима није издвајање од вршњака просечних способности, већ првенствено спајање са онима који су им по способностима слични. Тако груписани, ученици су у прилици да стимулисани од других ученика истог нивоа способности брже и ефикасније обрађују сложеније садржаје (Neihart, 2007; Swiatek & Lupkowski-Shoplik, 2003). Приступ раду са ученицима надареним за математику у смислу издвајања ученика у посебне школе је коришћен и раније – Колмогорове школе у Русији (Kolmogorov, Vavilov, Tropin, 1981). Такве школе су се показале ефикасним у прошлости и представљале су занимљив приступ у раду са ученицима надареним за математику (Karp, 2009).

Кулик и Кулик су у метаанализи којом су обухватили укупно 90 студија, издвојили 25 оних које су се бавиле испитивањем ефеката наставе са даровитим ученицима груписаним у иста одељења (Kulik & Kulik, 1987). Од поменутих 25

студија, у 19 студија као закључак наводе да су даровити ученици постигли боље резултате када су груписани у хомогена одељења, док су у преосталих шест студија талентовани ученици, који наставу похађају у класичним одељењима били успешнији. Исти аутори такође истичу да је од 19 студија, у чак једанаест разлика у постигнућима даровитих ученика груписаних у иста одељења у односу на даровите у класичним одељењима имала карактер статистичке значајности у корист даровитих који похађају наставу у хомогеним одељењима. У две метаанализе другог реда, Стинберген-Ху и сарадници обухватили су приближно сто година истраживања о ефектима груписања ученика основних и средњих школа са испитпросечним, просечним и изнадпросечним способностима на њихова академска постигнућа (Steenbergen-Hu, Makel, Olszewski-Kubilius, 2016). Аутори су разматрали различите облике груписања, при чему, оно што је од значаја за наше истраживање, од више анализираних метаанализа, шест је потврдило да су ученици са посебним способностима имали велике користи због чињенице да су били груписани у хомогене групе и радили по програмима који су посебно дизајнирани за њих.

Груписање надарених ученика у хомогена одељења евидентно може имати и предности које се односе на виши ниво посвећености ученика у односу на надарене ученике који похађају класична одељења (хетерогена по саставу), али и мане у смислу појаве лошег самопоуздања тих ученика (Shani-Zinovich & Zeidner, 2009). Поједини аутори наводе да груписање ученика према способности није било од значајније користи даровитим ученицима који су учествовали у њиховим истраживањима (Slavin, 1990; 1993). Такође, Кулик и Кулик истичу да груписање даровитих ученика није ефикасно уколико се не изврши адекватна трансформација наставног плана и програма са циљем задовољења образовних потреба ученика са високим способностима (Kulik & Kulik, 1987).

У склопу оквира препорука за развој талентованих ученика које су дали Вајнер и Вагнер пре скоро четири деценије (Weinert & Wagner, 1987), једна од препорука се огледа у томе да надарени ученици треба да узму учешће у активностима попут такмичења и летњих школа. Аутори (Weinert & Wagner, 1987) такође истичу и да ниво тежине задатака и спровођених активности треба да одговара нивоу талентованости ученика тако да ученици осећају одређену врсту изазова у раду где морају да пруже одговарајући напор да би решили проблеме, али и да би надарени ученици требало да стичу образовање у окружењу које ће чинити ученици сличних способности и постигнућа, што би требало да доведе и до развоја сарадње међу тим ученицима, али и друштвене одговорности и хармонијског развоја њихових личности. У студији, спроведеној са циљем да се испита утицај школског окружења на постигнућа ученика са изузетним резултатима на такмичењима из математике у САД, ауторке су утврдиле да постоји статистички значајан утицај вршњака на ученике који на математичком такмичењу АМЦ (такмичењу са кога се ученици из САД пласирају на међународну математичку олимпијаду – ИМО) остварују 120 или више од максималних 150 поена (Ellison & Swanson, 2016).

Асма (Asmat, 2021) је анализирао учешће ученика од петог до деветог разреда на математичким такмичењима у Словачкој. Том приликом, аутор је испитивао у којој мери је учешће ученика условљено учествовањем на такмичењу претходне године. Налази до којих је дошао указују да освојено место на такмичењу има снажан утицај на резултате које ученик остварује наредне школске године, пре свега, висок пласман утиче на већу вероватноћу да ученик и следеће године узме учешће у такмичењу. Утврдио је да ученици који су на окружним такмичењима имали највиша постигнућа имају 17 процената већу шансу од својих вршњака са најнижим постигнућима да ће се поново такмичити следеће године. Додатно, открио је да међу ученицима који се такмиче следеће године на окружном такмичењу, такмичари који се боље рангирају на окружном нивоу остварују бољи учинак на следећем ступњу такмичења (регионалном и државном). Будући да у Словачкој постоји могућност да ученици после петог (десетогодишњаци) или после осмог разреда (тринаестогодишњаци) упишу неку од гимназија које организују наставу за ученике са посебним способностима за математику, Асма је испитивао постоји ли повезаност постигнућа ученика на такмичењима и избора школе. Том приликом утврдио је да су ученици који су уписали гимназију, на државном такмичењу следеће школске године остварили за 6 процената виша постигнућа у односу на ученике који су остали у класичним одељењима. Оваквим резултатима аутор студије потврђује предности математичке обуке којој су изложени ученици у одељењима која раде по посебном програму намењеном даровитима за математику у поређењу са даровитима у класичним одељењима.

Испитујући везу додатне наставе математике и такмичења, као и њихов значај у образовању и развоју деце, Омеровић и сарадници (Omerović, Rešić, Palić, Bazdalić, 2020) налазе да су ученици са посебним способностима за математику мотивисани да учествују у такмичењима. За такве ученике представља изазов да своја знања и вештине упореде са ученицима ван свог разреда и то у садржајима који се налазе изван стандардног школског курикулума. Оно што аутори посебно истичу јесте изостанак такве мотивације код наставника математике. У студији која је спроведена у Норвешкој (Thorvaldsen & Vavik, 2012) утврђено је да највећи утицај, када је реч о карактеристикама наставника, на постигнућа ученика на математичким такмичењима имају иницијално образовање наставника, искуство наставника и познавање садржаја на математичким такмичењима.

Ученици и математичка такмичења

Бројне студије, поред значаја математичких такмичења за развој способности ученика са просечним постигнућима из математике, истичу посебну улогу коју такмичења имају у пружању подршке ученицима даровитим за математику за даљи развој њихових потенцијала (Campbell, Cho, Feng, 2010;

Olszewski-Kubilius & Lee, 2004; Stockton, 2012). Такмичења јесу један од могућих, али свакако не и једини начин за идентификовање ученика са посебним способностима за математику (Andreescu, Gallian, Kane, Mertz, 2008; Omerović et al., 2020; Szczepański, 2017; Thrasher, 2008).

Математичка такмичења одликује дуга традиција, и као таква представљају неизоставни део математичког образовања. Забележено је да је прво такмичење ученика основне школе из математике организовано давне 1885. године у Букурешту у Румунији (Berinde, 2004; Duca, 2015; видети Kenderov, 2022). На њему је учешће узело седамдесет ученика, од којих је њих укупно једанаест освојило награде. Убрзо затим, 1894. године организовано је Етвош (Eötvös) такмичење у Мађарској за које Коши и Анцанс наводе да представља „прву математичку олимпијаду савременог доба” (Koichu & Andzans, 2009: 287).

Стег и сарадници сматрају да искуства која ученици стичу на математичким такмичењима могу додатно утицати на развој њихових интересовања (Steeagh, Höffler, Keller, Parchmann, 2019). На такмичењима ученици који имају слична интересовања имају прилику да се окупе, размењују искуства и да одмере способности са другим такмичарима. Будући да су ученици по својој природи склони надметању са својим вршњацима, интегрисање такмичења у математичко образовање представља један од начина да се ученици припреме за решавање проблема из свакодневног живота (Manev, Kelevedjiev, Kapralov, 2007). Трашер открива да такмичења и припрема ученика за такмичења представљају својеврсни изазов и за ученике, али и за наставнике (Thrasher, 2008). С једне стране, повећавају интересовање ученика за математику и њихову радозналост, док им припрема за такмичење и само учешће омогућавају да се баве математичким проблемима који нису саставни део школског курикулума. Кендеров сматра да су такмичења одлична места на којима су ученици у прилици да размишљају о математичким проблемима који се по својој природи разликују од садржаја редовне наставе, ограничених превасходно на остваривање циљева задатих наставним програмом (Kenderov, 2006), односно од ученика захтевају да решавају нестандартне проблеме користећи вештине математичког и критичког мишљења (Ozdemir, 2022). У настојању да објасни зашто су такмичари из математике касније успешни у бављењу науком, Кендеров истиче да је то случај зато што су поседовање одговарајућих знања, присуство виших интелектуалних способности и склоност ка истраживању неопходни за успех на математичком такмичењу (Kenderov, 2006).

Кендеров (Kenderov, 2006) наводи бројне разлоге због којих су математичка такмичења значајна: различите способности и таленти се препознају и развијају код ученика; активности које претходе и следе математичким такмичењима су добре за образовање; талентовани ученици се усмеравају ка каријерама у науци; такмичења подижу углед образовних установа. Док се ученици спремају за такмичење, док улажу рад и труд да реше одређене проблеме, без

обзира на резултат који остваре, они генерално значајно проширују и продубљују своја знања из математике (Kenderov, 2006). У студији новијег датума, исти аутор наводи да се такмичења могу посматрати као „добар мотивишући алат за самосталан рад и садржајно проучавање математике од стране ученика и наставника” (Kenderov, 2022: 989). О компетенцијама ученика потребним за бављењем математиком на вишем нивоу, попут решавања такмичарских задатака, говоре Де Лосада и Тејлор (De Losada & Taylor, 2022) и наводе да решавањем такмичарских задатака ученици развијају компетенције за решавање проблема, боље усвајају и користе математичку нотацију, а анализирајући конкретна решења задатака дата од стране ученика, аутори илуструју развијање аргументације и извођење доказа, као и развијање способности визуализације и визуелног мишљења ученика. Кендеров (2022) потенцира и социјални и психолошки моменат такмичења – да решавање тешких задатака не само да омогућава боље знање ученика већ и развија вештине за суочавање са проблемима свих врста (не само математичким); да деца из нижих социоекономских средина могу добити пажњу, финансијску подршку и боље шансе да се упишу на престижне високошколске установе; да помогну ученицима да науче како да изађу на крај са оствареним лошим резултатима и неуспехом. Додатно, открива и негативне аспекте које математичка такмичења могу имати: стресна атмосфера изазвана ограниченим временом за рад и присуством конкуренције; стремљење појединих ученика ка индивидуализму, што је у супротности са развијањем сарадње (као међупредметна компетенција, сарадња је препозната и у нашем образовном систему); погрешан доживљај математике на школском нивоу као колекције компликованих проблема (Kenderov, 2022).

Још једно од питања које се намеће јесте да ли рад ученика са посебним способностима за математику са наставником који је боље упознат са програмом математичких такмичења доводи до напретка ученика на такмичењима. За нас од значаја је студија којом је испитиван утицај обogaћивања и продубљивања наставног програма из математике, у оквиру рада са ученицима надареним за математику, на успех ученика (који су конкурисали за тим Индонезије за математичку олимпијаду) у решавању задатака са математичких такмичења (Rochayati & Rochayani, 2024). Аутори овог истраживања (Rochayati & Rochayani, 2024) су утврдили да су се временом разлике (које су на почетку рада са ученицима биле врло изражене) у постигнућима ученика који претходно нису учествовали на овом међународном математичком такмичењу и ученика који су имали то искуство смањивале, тако да по окончању дугорочног заједничког рада разлике у постигнућима ове две групе ученике више нису биле статистички значајне. До сличних резултата претходно су дошли и други аутори који су истраживали утицај обogaћеног приступа рада са надареним ученицима (Al-Zoubi, 2014; Kim, 2016). Ким (Kim, 2016) је конкретно у свом прегледном раду анализирао 26 студија о ефектима програма обogaћивања, које су спроведене у периоду од чак 30 година. Налази његовог рада потврђују да програми обogaћивања побољшавају постигнућа надарених ученика за математику.

Када је реч о утицају прекида непосредног образовног рада изазваног пандемијом корона вирусом, и преласка на наставу на даљину која је утицала значајно на реализацију редовне наставе, може се очекивати да су се промењене околности рефлектовале на поступак одржавања такмичења, на рад са ученицима са посебним постигнућима за математику, као и на остварене резултате на такмичењима. О томе говори и Кендеров (Kenderov, 2022) и даје препоруке да се утицај корона вируса на одржавање такмичења и резултате ученика на такмичењима пажљиво анализира. Аутори (Vulović, Mihajlović, Milikić, 2022) закључују да додатна настава математике није била довољно или задовољавајуће спроведена током пандемије. Пратећи постигнућа исте генерације ученика кроз два узастопна такмичарска циклуса, приметно је да недовољно усвојени концепти у трећем разреду основне школе ученицима остају нејасни и приликом преласка у виши разред, где представљају проблем за даљи напредак ученика, као и да је то посебно уочљиво у оним темама за које је предвиђен мали број часова (Vulović, Mihajlović, Milikić, 2022).

Премда је од педесетих година двадесетог века дошло до појаве великог броја математичких такмичења како на националним нивоима тако и на интернационалном нивоу (Kenderov, 2022), можемо рећи да постоји свега неколицина истраживања на тему учешћа и постигнућа ученика на математичким такмичењима у Србији (Andrić i sar., 2018; Mičić, Kadelburg, Popović, 2008; Vulović, 2016; Vulović, Mihajlović, Milikić, 2022; Vulović, Mihajlović i Milikić, 2023; Vulović, Mihajlović, Milinković, 2023; Vulović i Milikić, 2015). Управо из тог разлога желели смо да нашим истраживањем испитамо учешће и упоредимо постигнућа ученика који похађају одељења за ученике са посебним способностима за математику и оних који не похађају ова одељења на државним такмичењима из математике.

Методологија истраживања

У Републици Србији Закон о основама система образовања и васпитања препознаје издвајање ученика даровитих за математику у посебна одељења. Ученици седмог и осмог разреда основне школе имају могућност издвајања из редовног основношколског система и преласка у гимназије које организују наставу за ученике седмог и осмог разреда основне школе обдарене за математику (*Pravilnik o nastavnom planu i programu za učenike sedmog i osmog razreda osnovnog obrazovanja i vaspitanja obdarene za matematiku*, 2019). Приликом уписа у ова одељења ученици полажу посебан пријемни испит на коме се, поред постигнућа на тесту способности из математике, вреднује и општи успех ученика у петом и шестом разреду, оцене из математике у та два разреда и учешће на државном такмичењу из математике у 6. разреду.

Државно такмичење из математике одржава се сваке године у мају месецу и право на учешће има укупно триста ученика шестог, седмог и осмог разреда

основне школе са најбољим постигнућима на окружним такмичењима у току те школске године. Двадесет најбоље пласираних ученика на државном такмичењу (шест ученика седмог разреда и четрнаест ученика осмог разреда) учествује на Српској математичкој олимпијади, где ученици са најбољим постигнућима остварују пласман на међународно такмичење – Јуниорску балканску математичку олимпијаду (*Pravilnik o takmičenjima učenika osnovnih i srednjih škola iz matematike u organizaciji Ministarstva prosvete Republike Srbije i Društva matematičara Srbije*, 2021).

Предмет истраживања су математичка такмичења ученика основних школа. Проблем истраживања је учешће и постигнућа ученика који похађају специјализована математичка одељења (СМ) при гимназијама и оних који не похађају ова одељења на државним такмичењима ученика седмог и осмог разреда основне школе у периоду од 2007. године, тј. од увођења првог државног такмичења у Републици Србији, па до 2024. године.

Циљ истраживања је анализа заступљености ученика СМ одељења на државним такмичењима и њихових постигнућа на њима. Из циља проистичу задаци истраживања којима треба утврдити:

- (1) у којој мери су ученици који похађају СМ одељења заступљени на државним такмичењима и да ли постоји тренд промене броја ученика;
- (2) да ли постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на државним такмичењима из математике у зависности од тога да ли ученици похађају СМ одељења или класична одељења.

У овом истраживању је вршена секундарна анализа постигнућа ученика 7. и 8. разреда на државним такмичењима из математике. Ученици су на такмичењима радили по пет задатака које је састављала Државна комисија за такмичење ученика основних школа. За израду задатака ученици су имали 180 минута. Садржаји задатака дефинисани су Програмом такмичења који доноси Извршни одбор ДМС-а (Друштва математичара Србије) на почетку сваког такмичарског циклуса, а на основу Правилника о такмичењима. Правилник и Програм такмичења су јавно доступни. Оцењивање задатака спроводи Државна комисија на основу прецизно дефинисане бодовне скале (задаци се бодују парцијално). Сваки задатак се бодује максимално са 20 бодова. На Државном такмичењу око половина ученика добија награде. Од награђених ученика, шестина добија прву, трећина другу, а половина трећу награду. Похвалу добија сваки учесник који не добије награду, а који уради два потпуно тачна задатка (оцењена са максималних 20 поена). Државно такмичење се сваке године одржава у једној образовној институцији (основној, средњој школи или високошколској установи).

Подаци добијени на државним такмичењима сваке године се обједињују у јединствену базу, која је коришћена у овом истраживању.

Узорак истраживања чине ученици седмог и осмог разреда основне школе који су учествовали на државним такмичењима од 2007. до 2024. године. Истраживањем су обухваћени сви ученици који су у датом периоду учествовали на овим такмичењима, укупно њих 3729. Структура популације дата је у Табели 1.

Табела 1. Структура популације истраживања

Година	7. разред				8. разред			
	Класична		СМ		Класична		СМ	
	f	%	f	%	f	%	f	%
2007.	80	76,92	24	23,08	86	74,14	30	25,86
2008.	93	68,89	42	31,11	70	70,00	30	30,00
2009.	62	63,27	36	36,73	68	67,33	33	32,67
2010.	62	71,26	25	28,74	83	62,41	50	37,59
2011.	60	68,18	28	31,82	79	69,91	34	30,09
2012.	59	64,13	33	35,87	64	65,31	34	34,69
2013.	61	59,80	41	40,20	73	63,48	42	36,52
2014.	60	57,69	44	42,31	60	60,00	40	40,00
2015.	64	66,67	32	33,33	55	55,56	44	44,44
2016.	50	50,00	50	50,00	50	52,08	46	47,92
2017.	57	58,16	41	41,84	61	55,96	48	44,04
2018.	53	52,48	48	47,52	68	53,97	58	46,03
2019.	60	62,50	36	37,50	59	55,14	48	44,86
2020.	60	61,22	38	38,78	44	54,32	37	45,68
2021.	50	50,00	50	50,00	53	54,08	45	45,92
2022.	61	54,46	51	45,54	58	58,00	42	42,00
2023.	64	61,54	40	38,46	65	61,32	41	38,68
2024.	67	61,47	42	38,53	66	61,68	41	38,32
Укупно	1123	61,57	701	38,43	1162	61,00	743	39,00

Добијени подаци обрађени су у програму Microsoft Excel и софтверском пакету SPSS. Од статистичких мера и поступака коришћени су: проценти, фреквенције, аритметичка средина, статистички тестови за одређивање нормалности расподеле нумеричких података, хи-квадрат тест, Ман-Витнијев (Mann-Whitney) тест и Ман-Кендалов (Mann-Kendall) тест за одређивање постојања тренда у одређеном временском интервалу који је непараметријски и не захтева претпоставку о постојању било какве функције расподеле података.

Резултати и дискусија

Заступљеност ученика на државним такмичењима у зависности од врсте одељења. За испитивање тренда у односу на врсту одељења које су ученици похађали рачунали смо однос броја ученика који су похађали СМ одељење и броја ученика који су похађали класично одељење (дати подаци су представљени у Табели 1), за сваку годину, за оба разреда ($Q_1 = \frac{f_{SM}}{f_{klasična}}$). Вредности Q_1 дате су у Табели 2.

Табела 2. Q_1 вредност на државним такмичењима
од 2007. до 2024. године

Година	Q_1 вредности	
	7. разред	8. разред
2007.	0,3000	0,3488
2008.	0,4516	0,4286
2009.	0,5806	0,4853
2010.	0,4032	0,6024
2011.	0,4667	0,4304
2012.	0,5593	0,5313
2013.	0,6721	0,5753
2014.	0,7333	0,6667
2015.	0,5000	0,8000
2016.	1,0000	0,9200
2017.	0,7193	0,7869
2018.	0,9057	0,8529
2019.	0,6000	0,8136
2020.	0,6333	0,8409
2021.	1,0000	0,8529
2022.	0,8361	0,7241
2023.	0,6250	0,6308
2024.	0,6269	0,6212

На основу добијених вредности Ман-Кендаловог теста ($s = 72$, $n = 18$, $Z = 2,69$) важи да у посматраном периоду, у 7. разреду постоји тренд повећања броја учесника државног такмичења који похађају СМ одељења. Додатно, још израженији тренд се јавља код ученика 8. разреда ($s = 75$, $n = 18$, $Z = 2,80$). Уколико анализирамо промену вредности Q_1 , по годинама, уочавамо да је заступљеност ученика који похађају СМ одељења у првој години пандемије вируса ковид 19

била скоро највећа, али да након тога на државним такмичењима расте заступљеност ученика који похађају класична одељења седмог и осмог разреда основне школе. Одступање од тренда које је било уочљиво до појаве пандемије вирусом корона указује на значајне промене у реализацији додатне наставе и рада са ученицима надареним за математику, што се очигледно одразило и на успех ученика. Ови резултати су у складу са раније уоченим недостацима у раду са надареним ученицима млађих узраста и њиховим постигнућима на математичким такмичењима (Vulović, Mihajlović, Milikić, 2022).

Имајући у виду да се број гимназија у којима постоје СМ одељења у 7. и 8. разреду у посматраном периоду повећавао, те да од школске 2014/2015. године у континуитету постоје СМ одељења ученика 7. и 8. разреда у шест градова (Београд, Нови Сад, Крагујевац, Ниш, Краљево и Ваљево), додатно смо испитали да ли постоји тренд промене заступљености учесника државних такмичења који похађају ова одељења од 2015. године у 7. разреду, тј. од 2016. године у 8. разреду. Резултати, добијени Ман-Кендаловим тестом указују да не постоји тренд промене односа ученика у 7. разреду ($s = -2$, $n = 10$, $Z = -0,0898$), али да постоји тренд пада броја учесника из СМ одељења у 8. разреду ($s = -22$, $n = 9$, $Z = -2,2014$), који јесте статистички значајан.

Како бисмо илустровали разлику у заступљености ученика специјализованих одељења на окружним и државним такмичењима из математике, одговарајуће проценте приказали смо у Табели 3. Подаци су дати у распону од 2014. до 2024. године, јер су подаци са окружних такмичења доступни од 2014. године.

Табела 3. Процентуална заступљеност ученика СМ одељења на окружним и државним такмичењима од 2014. до 2024. године

Година	7. разред		8. разред	
	% ученика СМ одељења на окружном такмичењу	% ученика СМ одељења на државном такмичењу	% ученика СМ одељења на окружном такмичењу	% ученика СМ одељења на државном такмичењу
2014.	12,23	42,31	12,28	40,00
2015.	16,18	33,33	12,68	44,44
2016.	12,81	50,00	16,45	47,92
2017.	16,31	41,84	20,65	44,04
2018.	18,97	47,52	18,05	46,03
2019.	9,81	37,50	21,11	44,86
2020.	11,81	38,78	15,99	45,68
2021.	14,97	50,00	15,26	45,92
2022.	13,38	45,54	12,03	42,00
2023.	11,72	38,46	14,22	38,68
2024.	16,10	38,53	9,76	38,32

Имајући у виду да је број СМ одељења јако мали у односу на класичан број одељења седмог и осмог разреда у Републици Србији, може се очекивати да њихов удео на општинским, али и касније на окружним такмичењима буде значајно мањи. Међутим, интересантна је процентуална заступљеност ученика СМ одељења на окружним и државним такмичењима. Како се на државно такмичење позивају ученици са најбољим постигнућима на окружном такмичењу, без ограничења у смислу заступљености по окрузима, очигледно је да је проценат ученика који се пласирају на државно такмичење знатно већи на нивоу ученика СМ одељења, у односу на популацију ученика који похађају класична одељења.

Постигнућа ученика на државним такмичењима у зависности од врсте одељења. Аритметичке средине броја поена које су ученици седмог и осмог разреда, класичних и специјализованих одељења остварили у периоду од 2007. до 2024. године представљени су у Табели 4.

Табела 4. Постигнућа такмичара у односу на врсту одељења које су похађали, по годинама

Година	Просечан број поена			
	7. разред		8. разред	
	Класично одељење ($M_{klasična}$)	СМ одељење (M_{SM})	Класично одељење ($M_{klasična}$)	СМ одељење (M_{SM})
2007.	45,53	56,71	38,83	64,93
2008.	31,34	34,29	55,81	74,50
2009.	53,77	59,42	47,85	63,88
2010.	29,87	43,44	57,84	65,42
2011.	34,42	43,61	31,57	45,65
2012.	48,71	63,76	38,89	45,65
2013.	42,39	47,34	40,49	49,43
2014.	28,47	47,07	33,65	34,57
2015.	18,58	31,25	41,82	61,41
2016.	36,84	50,42	39,64	40,50
2017.	26,33	50,66	37,10	55,10
2018.	37,42	50,00	28,38	39,53
2019.	41,00	49,39	38,12	64,40
2020.	35,73	62,08	60,43	61,35
2021.	44,38	52,14	49,57	55,89
2022.	24,61	43,69	51,00	67,95
2023.	27,33	37,00	41,11	61,51
2024.	52,55	66,00	35,36	46,27

Карактеристично је да су просечне вредности броја поена које су остварили ученици СМ одељења сваке године биле веће од просечних вредности броја поена ученика класичних одељења, и у седмом и у осмом разреду.

Додатно, израчунати су односи просечног броја поена које су остварили ученици који су похађали СМ одељења и просечног броја поена које су остварили ученици који су похађали класична одељења, за сваку годину, за оба разреда, $Q_2 = \frac{M_{SM}}{M_{klasična}}$ (Табела 5).

Табела 5. Q_2 вредност на државним такмичењима
од 2007. до 2024. године

Година	Q_2 вредности	
	7. разред	8. разред
2007.	1,2456	1,6722
2008.	1,0941	1,3349
2009.	1,1051	1,3350
2010.	1,4543	1,1311
2011.	1,2670	1,4460
2012.	1,3090	1,1738
2013.	1,1168	1,2208
2014.	1,6533	1,0273
2015.	1,6819	1,4684
2016.	1,3686	1,0217
2017.	1,9240	1,4852
2018.	1,3362	1,3929
2019.	1,2046	1,6894
2020.	1,7375	1,0152
2021.	1,1749	1,1275
2022.	1,7753	1,3324
2023.	1,3538	1,4962
2024.	1,2559	1,3085

На основу Ман-Кендаловог теста не постоји тренд повећања или смањења вредности Q_2 ни у седмом ($s = 41$, $n = 18$, $Z = 1,5151$) ни у осмом разреду ($s = -7$, $n = 18$, $Z = -0,1894$). Међутим, Q_2 вредности откривају један други показатељ. Наиме, пошто су просечне вредности Q_2 за овај период у 7. разреду једнаке 1,39, а у 8. разреду 1,32, следи да су ученици седмог разреда из СМ одељења у просеку надмашили своје вршњаке из класичних одељења на државним такмичењима за 39%, док су ученици 8. разреда из СМ одељења у просеку бољи за 32% од вршњака из класичних одељења.

Како бисмо детаљније испитали у којој мери су разлике у успеху ученика СМ и класичних одељења на државним такмичењима значајне, будући да постигнућа ученика нису пратила нормалну расподелу, применили смо одговарајући Ман-Витнијев тест (Табела 6).

Табела 6. Статистичке вредности Ман-Витнијевог теста, по годинама и разредима

Разред	7. разред			8. разред		
Година	Ман-Витнијев тест			Ман-Витнијев тест		
	<i>U test</i>	<i>Z</i>	<i>p</i>	<i>U test</i>	<i>Z</i>	<i>p</i>
2007.	727,0	-1,80	0,072	564,0	-4,58	< 0,0005
2008.	1828,0	-0,599	0,552	596,0	-3,42	0,001
2009.	951,5	-1,21	0,225	638,5	-3,50	< 0,0005
2010.	491,5	-2,66	0,008	1693,0	-1,77	0,076
2011.	614,5	-2,02	0,043	781,0	-3,52	< 0,0005
2012.	503,5	-3,83	< 0,0005	899,5	-1,41	0,159
2013.	954,5	-2,02	0,043	1075,5	-2,66	0,008
2014.	723,5	-3,93	< 0,0005	1195,0	-0,36	0,972
2015.	798,0	-1,76	0,079	682,0	-3,72	< 0,0005
2016.	857,0	-2,71	0,007	1118,0	-0,24	0,814
2017.	546,0	-4,48	< 0,0005	794,0	-4,09	< 0,0005
2018.	784,0	-3,32	0,001	1421,0	-2,70	0,007
2019.	855,0	-1,70	0,088	542,0	-5,48	< 0,0005
2020.	531,5	-4,44	< 0,0005	810,0	-0,38	0,970
2021.	985,0	-1,83	0,067	1024,5	-1,20	0,231
2022.	824,0	-4,28	< 0,0005	599,5	-4,32	< 0,0005
2023.	1008,5	-1,82	0,069	608,0	-4,70	< 0,0005
2024.	900,5	-3,15	0,002	800,5	-3,54	< 0,0005

На основу добијених вредности (Табела 6), примећујемо да су, у периоду од посматраних 18 година, разлике у постигнућима ученика седмог разреда статистички значајне биле 11 пута, док су дате разлике у осмом разреду биле статистички значајне 12 пута. Од тога, шест година (2011, 2013, 2017, 2018, 2022. и 2024. године) разлике су биле истовремено статистички значајне у оба разреда. Интересантно је да само 2021. године разлике нису биле статистички значајне ни у 7. ни у 8. разреду, и то у години која је уследила након реализације наставе на даљину која је била изазвана пандемијом вируса ковид-19.

Као што је раније речено, ученици на државном такмичењу из математике могу освојити прву, другу, трећу награду или похвалу. Анализом пласмана ученика можемо да расветлимо још неке показатеље када су постигнућа ученика у питању. Дакле, осим утицаја броја поена на пласман, интересантни су нам и похваљени ученици. Одговарајућим хи-квадрат тестом упоредили смо да ли постоје разлике у размерама броја ученика који су остварили различити пласман на државним такмичењима на нивоу седмог и осмог разреда понаособ, за ученике који су похађали СМ и класична одељења.

Табела 7. Пласман ученика седмог разреда на државним такмичењима

Одељење	Пласман ученика					Укупно
	Прва награда	Друга награда	Трећа награда	Похвала	Без пласмана	
Класично одељење	37 3,3%	86 7,7%	153 13,6%	174 15,5%	673 59,9%	1123 100%
СМ одељење	72 10,3%	120 17,1%	141 20,1%	123 17,5%	245 35,0%	701 100%
Укупно	109	206	294	297	918	1824

На основу пласмана ученика седмог разреда може се уочити да је проценат ученика СМ одељења који су освојили прву награду у односу на укупан број ученика тих одељења (10,3%), више од три пута већи од процента ученика класичних одељења (3,3%) који су остварили исти пласман. Ако даље посматрамо проценат ученика који су освојили другу и трећу награду и похвалу, уочавамо да је проценат ученика из СМ одељења увек већи, али да се разлика у процентима смањује. Међу ученицима без пласмана, знатно је већи проценат ученика из класичних (скоро 60%) у односу на СМ одељења (35%). Разлике у пласману ученика су статистички значајне ($\chi^2 = 135,25$; $df = 4$; $p < 0,0005$).

Табела 8. Пласман ученика осмог разреда на државним такмичењима

Одељење	Пласман ученика					Укупно
	Прва награда	Друга награда	Трећа награда	Похвала	Без пласмана	
Класично одељење	34 2,9%	89 7,7%	171 14,7%	210 18,1%	658 56,6%	1162 100%
Специјализовано одељење за математику	83 11,2%	114 15,3%	171 23,0%	121 16,3%	254 34,2%	743 100%
Укупно	117	203	342	331	912	1905

Сличан је однос награђених ученика и у осмом разреду. Проценат ученика који похађају СМ одељења и освојили су прву награду, скоро је четири пута већи од процента ученика који похађају класична одељења (11,2% наспрам 2,9%). Разлике у процентуалној заступљености ученика који су освојили другу и трећу награду су аналогне као у седмом разреду, док се једина разлика у односу на седми разред може уочити у уделу броја ученика код похвала. Кумулативно, наспрам нешто више од четвртине ученика класичних одељења (25,3%), скоро половина ученика СМ одељења (49,5%) освојила је једну од прве три награде. Без пласмана је било више од половине ученика класичних одељења, наспрам мало више од трећине ученика који похађају СМ одељења. И у овом случају, разлике у пласману ученика су статистички значајне, поново у корист ученика специјализованих одељења ($\chi^2 = 141,17$; $df = 4$; $p < 0,0005$).

Дакле, однос броја ученика седмог и осмог разреда који су освојили прву награду је знатно на страни ученика који похађају одељења при гимназијама и тај се однос у одређеној мери смањује када је у питању друга награда. Удео ученика са трећом наградом у два типа одељења и даље је на страни ученика СМ одељења. Процентуално, у односу на укупан број ученика одређеног типа одељења, број похваљених ученика је сличан, док је удео ученика без пласмана вишеструко већи код ученика класичних одељења.

Резултати добијени овим испитивањем усклађени су са налазима раније спроведених метаанализа (Kulik & Kulik, 1987; Steenbergen-Hu et al., 2016) које потврђују да су ученици са посебним способностима за математику груписани у хомогена одељења и који су радили по посебно дизајнираним наставним програмима остваривали статистички значајно боља постигнућа у односу на своје вршњаке који су пратили наставу у класичним одељењима. Значајне разлике у постигнућима ученика СМ одељења могу се довести и у везу са налазима студије коју су спровеле Елисон и Свенсон (Ellison & Swanson, 2016) да утицај окружења ученика, у смислу вршњака са високим постигнућима, позитивно утиче на успех ученика на математичким такмичењима.

Позитиван утицај преласка ученика из класичних одељења у гимназије које организују наставу за ученике основне школе са посебним способностима за математику уочен је у добијеним резултатима, као и у студији Асмата (Asmat, 2021). Притом, резултати наше студије указују да су разлике у постигнућима знатно веће у корист ученика који наставу похађају при гимназијама. Уједно, добијени резултати су у супротности са две студије које је спровео Славин (Slavin, 1990; Slavin, 1993), а у којима је утврђено да груписање надарених ученика у хомогена одељења није дало очекиване позитивне ефекте.

Разлике које су статистички значајне у постигнућима ученика класичних и СМ одељења могу се посматрати кроз призму рада са надареним ученицима. Наиме, програм наставе и учења математике у специјализованим одељењима за математику је обogaћен, проширен и продубљен. Отуда се значајне разлике у успеху ученика у решавању задатака на математичким такмичењима у корист

ученика СМ одељења могу повезати са претходним студијама које говоре у прилог утицаја обogaћивања и продубљивања у раду са ученицима надареним за математику (Kim, 2016; Rochayati & Rochayani, 2024).

Закључак

У овом раду бавили смо се заступљеношћу и постигнућима ученика 7. и 8. разреда који наставу похађају у основним школама и при гимназијама на државним такмичењима из математике. Податке коришћене у истраживању чинили су резултати државних такмичења за ученике седмог и осмог разреда основне школе у периоду од 2007. до 2024. године. Добијени резултати указују на постојање позитивног тренда учешћа ученика СМ одељења на државним такмичењима у посматраном осамнаестогодишњем периоду. То заправо говори о томе да иако је број ученика СМ одељења значајно мањи у односу на укупан број ученика који учествују на такмичењима, њихово присуство на државним такмичењима је у порасту. Ови резултати указују да би требало размотрити могућност повећања броја СМ одељења ученика 7. и 8. разреда у Републици Србији како би већи број ученика имао прилику да стекне темељније математичко образовање у овом узрасту. С друге стране, како је у нашој земљи растао број гимназија са СМ одељењима за ученике 7. и 8. разреда, прво у Београду, затим и у другим универзитетским центрима (Нови Сад, Крагујевац и Ниш), а касније и у Краљеву и Ваљеву, није примећен пораст броја учесника државних такмичења из ових одељења од тренутка када су у свим овим градовима успостављена СМ одељења седмог разреда. У осмом разреду, међутим, приметан је пад броја учесника из СМ одељења у овом периоду. Неки од потенцијалних разлога одсуства повећања броја ученика 7. и 8. разреда могу бити смањење интересовања ученика за похађање СМ одељења, недовољна мотивација наставног кадра који предаје ученицима ових одељења јер се за њих не ангажују посебни наставници, већ наставници од раније запослени у гимназијама, али и већа доступност материјала за припрему ученика за такмичења из математике путем интернета. Ови разлози би се у неком од наредних истраживања могли накнадно расветлити.

Додатно, разлике у постигнућима ученика СМ одељења у односу на ученике класичних одељења су статистички значајне у корист ученика специјализованих одељења. Просечне вредности укупног броја поена које су остварили ученици који наставу похађају у оквиру гимназија су свих осамнаест година у оба разреда биле веће од аритметичких средина укупног броја поена које су остварили њихови вршњаци из класичних одељења. Поменуте разлике се рефлектују и на пласман обе групе ученика на државним такмичењима.

Овим истраживањем нису обухваћени други бројни фактори који могу имати утицаја на постигнућа ученика СМ и класичних одељења на математичким такмичењима, попут: степена ангажованости ученика у процесу припреме

за такмичења, пола ученика, социодемографских карактеристика ученика, подршке родитеља у обезбеђивању додатне стручне подршке ученицима и степена ангажованости наставника у припреми ученике за такмичења.

Асма (Asmat, 2021) напомиње да су родитељи ради да упишу своју децу у СМ одељења, јер препознају њихове образовне предности које се огледају у стручнијем наставном кадру и могућности стицања дубљих математичких знања. Имајући на уму да не постоји законска обавеза ангажовања наставника у припреми ученика за такмичења, изузев личног ентузијазма, наставници немају интереса за такмичења. И њима је потребна системска подршка различитих чинилаца образовног система која би утицала да се више посвете ученицима са посебним способностима за математику, да их охрабре, мотивишу, да раде са њима, јер је значај такмичења вишеструк, како због талентованих појединаца тако и због будућности целокупног друштва (Omerović et al., 2020). Уз претпоставку да програм наставе и учења који је обogaћен у одељењима ученика са посебним способностима за математику има позитиван и значајан утицај на постигнућа ученика на такмичењима, испитивање утицаја фактора који се односе на ангажовање родитеља, али пре свега наставника, у раду са ученицима са изнадпросечним способностима за математику могло би представљати правац будућих истраживања.

Литература

- Altaras-Dimitrijević, S. i Tatić-Janevski, S. (2016). *Образовање ученика изузетних способности: научне основе и смернице за школску праксу*. Београд: Zavod za unapređivanje obrazovanja i vaspitanja.
- Al-Zoubi, S. M. (2014). Effects of Enrichment Programs on the Academic Achievement of Gifted and Talented Students. *Journal for the Education of the Young Scientist and Giftedness*, 2(2), 22–27. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED590420.pdf>
- Andreescu, T., Gallian, A., Kane, J. M. & Mertz, J. E. (2008). Cross-cultural analysis of students with exceptional talent in mathematical problem solving. *Notices of the American Mathematical Society*, 55(10), 1248–1260. Retrieved July 25, 2024 from <http://www.ams.org/notices/200810/fea-gallian.pdf>
- Andrić, V., Kadelburg, Z., Marić, M. i Mladenović, P. (2018). 70 godina rada Društva matematičara Srbije. *Nastava matematike*, 63(1–2), 1–16. Retrieved July 27, 2024 from <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/nm/257/nmn257p1-16.pdf>
- Asmat, R. (2021). Ordinal Rank Effects in Mathematical Competitions. Retrieved July 31, 2024 from <https://warwick.ac.uk/fac/soc/economics/staff/rasmatbelleza/rank.pdf>
- Berinde, V. (2004). Romania – *The native country of International Mathematical Olympiads. A brief history of Romanian Mathematical Society*. Baia Mare: CUB PRESS 22.

- Borovik, A. & Gardiner, T. (2007). *Mathematical abilities and mathematical skill*. Manchester: Manchester Institute for Mathematical Sciences, University of Manchester.
- Campbell, J. R., Cho, S. & Feng, A. X. (2010). Academic competition. A bridge to more opportunities for the talented. *Roeper Review*, 33(1), 5–7. <https://doi.org/10.1080/02783193.2011.530201>
- Campbell, J. R. & Walberg, H. J. (2010). Olympiad studies: Competitions provide alternatives to developing talents that serve national interests. *Roeper Review*, 33(1), 8–17. <https://doi.org/10.1080/02783193.2011.530202>
- Chiriacescu, F. S., Chiriacescu, B., Grecu, A. E., Miron, C., Panisoara, I. O. & Lazar, I. M. (2023). Secondary teachers' competencies and attitude: A mediated multigroup model based on usefulness and enjoyment to examine the differences between key dimensions of STEM teaching practice. *PloS ONE*, 18(1), 1–32. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0279986>
- De Losada, M. F. & Taylor, P. J. (2022). Perspectives on mathematics competitions and their relationship with mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 54, 941–959, <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01404-z>
- Duca, D. I. (2015). A history that deserves to be known. *Gazeta Matematica and the Romanian Society of Mathematical Sciences*. Cluj-Napoca: Casa Cartii de Stiinta.
- Ellison, G. & Swanson, A. (2016). Do Schools Matter for High Math Achievement? Evidence from the American Mathematics Competitions. *American Economic Review*, 106(6), 1244–1277. <http://dx.doi.org/10.1257/aer.20140308>
- Japashov, N., Naushabekov, Z., Ongarbayev, S., Postiglione, A. & Balta, N. (2022). STEM Career Interest of Kazakhstani Middle and High School Students. *Students. Education. Sciences*, 12(6), 397(1–12). <https://doi.org/10.3390/educsci12060397>
- Karp, A. (2009). Teaching the Mathematically Gifted: An Attempt at a Historical Analysis. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (eds.): *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 11–29). Rotterdam: Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087909352_003
- Kenderov, P. (2006). Competitions and mathematics education. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, 3, 1583–1598.
- Kenderov, P. (2022). Mathematical competitions: an integral part of the educational process. *ZDM – Mathematics Education*, 54, 983–996. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01348-4>
- Kiernan, L., Walsh, M. & White, E. (2023). Gender in Technology, Engineering and Design: factors which influence low STEM subject uptake among females at third level. *Int J Technol Des Educ*, 33, 497–520. <https://doi.org/10.1007/s10798-022-09738-1>
- Kim, M. (2016). A Meta-Analysis of the Effects of Enrichment Programs on Gifted Students. *Gifted Child Quarterly*, 60(2), 102–116. <https://doi.org/10.1177/0016986216630607>

- Koichu, B. & Andzans, A. (2009). Mathematical creativity and giftedness in out-of-school activities. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (eds.): *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 285–307). Rotterdam: Sense Publishers.
- Kolmogorov, A. N., Vavilov, V. V. & Tropin, I. T. (1981). *Fiziko-matematičeskaya shkola pri MGU*. Moscow, USSR: Znanie.
- Kulik, J. A. & Kulik, C. C. (1987). Effects of ability grouping on student achievement. *Equity & Excellence in Education*, 23(1–2), 22–30. <https://doi.org/10.1080/1066568870230105>
- Kurnik, Z. (2001). Matematičke sposobnosti. *Matematika i škola*, 10, 195–199.
- Manev, K., Kelevedjiev, E. & Kapralov, S. (2007). Programming contests for school students in Bulgaria. *Olympiads in Informatics*, 1, 112–123. Retrieved July 25, 2024 from <https://ioinformatics.org/journal/INFOL010.pdf>
- Mičić, V., Kadelburg, Z. i Popović, B. (2008). 60 godina Društva matematičara Srbije, *Nastava matematike*, 53(1–2), 1–12. Retrieved July 25, 2024 from <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/nm/234/nm531201.pdf>
- Mihajlović, A. (2023). *Darovitost, kreativnost i matematika*. Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu.
- Neihart, M. (2007). The socioaffective impact of acceleration and ability grouping: Recommendations for best practice. *Gifted Child Quarterly*, 51(4), 330–341. <https://doi.org/10.1177/0016986207306319>
- Olszewski-Kubilius, P. & Lee, S. (2004). The role of participation in in-school and outside-of-school activities in the talent development of gifted students. *Journal of Secondary Gifted Education*, 15(3), 107–123. <https://doi.org/10.4219/jsge-2004-454>
- Omerović, M., Rešić, S., Palić, A. & Bazdalić, T. (2020). Role of additional activities and competition in the teaching of mathematics. *Human Research in Rehabilitation*, 10(1), 41–50. <https://doi.org/10.21554/hrr.042005>
- Ozdemir, D. (2022). An Examination of Students' Views about an International Math Contest. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(2), em0680. <https://doi.org/10.29333/iejme/11817>
- Pravilnik o nastavnom planu i programu za učenike sedmog i osmog razreda osnovnog obrazovanja i vaspitanja obdarene za matematiku* (2019). Prosvetni glasnik. Službeni glasnik Republike Srbije, br. 12/2019.
- Pravilnik o takmičenjima učenika osnovnih i srednjih škola iz matematike u organizaciji Ministarstva prosvete Republike Srbije i Društva matematičara Srbije* (2021). Retrieved July 29, 2024 from <https://dms.rs/wp-content/uploads/2021/02/Pravilnik-o-takmicenjima-iz-matematike-2021.pdf>
- Rochayati, M. Y. & Rochayani, M. Y. (2024). The Effect of Enrichment Program on the Achievement of Vocational High School Gifted Students in Mathematics Competitions. *Jurnal Ilmu Pendidikan (JIP) STKIP Kusuma Negara*, 15(2), 127–137.
- Shani-Zinovich, I. & Zeidner, M. (2009). On Being a Gifted Adolescent: Developmental, Affective, and Social Issues. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (eds.): *Creativity*

- in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 195–219). Rotterdam: Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087909352_014
- Slavin, R. E. (1990). Achievement effects of ability grouping in secondary schools: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 60(3), 471–499. <https://doi.org/10.3102/00346543060003471>
- Slavin, R. E. (1993). Ability grouping in the middle grades: Achievement effects and alternatives. *Elementary School Journal*, 93, 535–552. <https://doi.org/10.1086/461739>
- Song, C. S., Xu, C., Maloney, E., Skwarchuk, S.-L., Di Lonardo Burr, S., Lafay, A., Wylie, J., Osana, H., Douglas, H. & LeFevre, J.-A. (2021). Longitudinal relations between young students' feelings about mathematics and arithmetic performance. *Cognitive Development*, 59 (July–September), 101078 (1–17). <https://doi.org/10.1016/j.cog-dev.2021.101078>
- Steeagh, A. M., Höffler, T. N., Keller, M. M. & Parchmann, I. (2019). Gender differences in mathematics and science competitions: A systematic review. *Journal of Research in Science Teaching*, 56(10), 1431–1460. <https://doi.org/10.1002/tea.21580>
- Steenbergen-Hu, S., Makel, M. C. & Olszewski-Kubilius, P. (2016). What one hundred years of research says about the effects of ability grouping and acceleration on K–12 students' academic achievement: Findings of two second-order meta-analyses. *Review of Educational Research*, 86(4), 849–899. <https://doi.org/10.3102/0034654316675417>
- Stockton, J. C. (2012). Mathematical competitions in Hungary: Promoting a tradition of excellence & creativity. *The Mathematics Enthusiast*, 9(1), 37–58. Retrieved July 25, 2024 from https://digitalcommons.sacredheart.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1004&context=math_fac
- Stručno uputstvo za prepoznavanje, podršku i praćenje obrazovanja i vaspitanja učenika/ca sa izuzetnim/posebnim sposobnostima* (2023). Retrieved July 25, 2024 from <https://prosveta.gov.rs/wp-content/uploads/2023/09/Strucno-uputstvo-za-prepoznavanje-talentovanih-ucenika.pdf>
- Swiatek, M. A. & Lupkowski-Shoplik, A. (2005). An Evaluation of the Elementary Student Talent Search by Families and Schools. *Gifted Child Quarterly*, 49(3), 247–259. <https://doi.org/10.1177/001698620504900306>
- Szczepański, J. (2017). Mathematical contests as seen by participants. *Science, Technology and Innovation*, 4(3), 49–54. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0010.8000>
- Thorvaldsen, S. & Vavik, L. (2012). Foundations for success in mathematical competitions: A study of best praxis in lower secondary schools in Norway. *The Mathematics Enthusiast*, 9(3), 359–370. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1250>
- Thrasher, T. N. (2008). The benefits of mathematics competitions. *Alabama Journal of Mathematics*, 33, 59–63. Retrieved July 28, 2024 from <http://ajmonline.org/2008/12.pdf>

- Uçar, F. M., Uçar, M. B. & Çalışkan, M. (2017). Investigation of gifted students' problem-solving skills. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 5(3), 1–14. <http://dx.doi.org/10.17478/JEGYS.2017.61>
- Vulović, N. (2016). Priprema učenika za matematička takmičenja u razrednoj i predmetnoj nastavi. *Uzdanica*, 13(1), 71–86.
- Vulović, N., Mihajlović, A. & Milikić, M. (2022). Achievements of younger primary school students in Mathematics competitions during the COVID-19 pandemic. *Uzdanica*, 19, 133–147. <https://doi.org/10.46793/Uzdanica19.S.133V>
- Vulović, N., Mihajlović, A. & Milikić, M. (2023). Mathematical competitions and gender differences in the achievements of third-grade elementary school students. In N. Malinović-Jovanović (eds.), *Quality of Teaching and Learning (QTL) – Reality and Possibilities*, November 17–18, 2023, Vranje (pp. 33–41). Vranje: Pedagogical Faculty University in Niš.
- Vulović, N., Mihajlović, A. & Milinković, J. (2023). Polne razlike na matematičkim takmičenjima u Republici Srbiji. *Inovacije u nastavi*, 36(3), 119–135. <https://doi.org/10.5937/inovacije2303119V>
- Vulović, N. i Milikić, M. (2015). Nacionalni okvir ishoda matematičkih takmičenja učenika četvrtog razreda. U A. Mihajlović (ur.), *Metodički aspekti nastave matematike III*, 14–15. jun 2014, Jagodina (str. 119–129). Jagodina: Fakultet pedagoških nauka.
- Weinert, F. E. & Wagner, H. (1987). *Die Förderung Hochbegabter in der Bundesrepublik Deutschland: Probleme, Positionen, Perspektiven*. Bad Honnef: Bock.

NENAD R. VULOVIĆ

University of Kragujevac – Faculty of Education, Jagodina

ALEKSANDAR Z. MILENKOVIĆ

University of Kragujevac – Faculty of Science

MILAN P. MILIKIĆ

University of Kragujevac – Faculty of Education, Jagodina

**DIFFERENCES IN ACHIEVEMENTS OF THE SEVENTH- AND EIGHTH-
GRADE STUDENTS ATTENDING CLASSES IN PRIMARY SCHOOLS AND
AT GYMNASIUMS AT NATIONAL MATHEMATICS COMPETITIONS**

SUMMARY

For decades, mathematics education researchers have been focusing on students with special abilities in mathematics and mathematics competitions, and examining the impact of various organizational forms of work, such as grouping students and enriching teaching and learning programs, on students' success in competitions. Considering the lack of similar research in the Republic of Serbia, as well as the tradition of grouping students with special abilities in mathematics into specialized (SM) classes, this study aimed to investigate whether there is a trend in the increased participation of SM class students in national competitions and to determine whether there are differences in the achievements of students from SM and regular classes. The research sample consists of all seventh and eighth-grade students who participated in national competitions from 2007 to 2024. The results indicate that there is a trend of increasing the number of SM class students in national competitions, as well as a statistical difference in the achievements of students attending regular and specialized mathematics classes in favor of students grouped in homogeneous (SM) classes. Moreover, over the past 18 years, SM class students have statistically significantly outperformed their peers 11 times in seventh and 12 times in eighth grade. Based on the obtained results, it can be concluded that grouping mathematically gifted students into homogeneous, specialized classes positively affects their performance in national competitions.

Keywords: *students with special abilities in mathematics, mathematics competitions, grouping of students, student achievements.*